

## Wyznaczanie wartości pola powierzchni i ciśnienia

### Zadanie 1.

Na papierze w kratkę narysuj koło o średnicy nie mniejszej niż 20 długości kratek i tak aby brzeg koła znajdował się między kratkami w miejscach gdzie będzie wyznaczana długość średnicy koła – podobnie jak na rys. 1. Dla tego koła wyznacz pole powierzchni.

A. Sposób pośredni, korzystamy ze wzoru  $S = \pi d^2/4$ : wyznacz długość średnicy  $d$  poprzez zliczenie liczby krater. Pomiar z dokładnością do rozdzielczości „miarki”.

Niepewność graniczna pomiaru średnicy 1 k,  $\Delta d = 1$  k, gdzie k – długość boku kratki.

- 1) Wybierz wartość średnicy o długości najbardziej zbliżonej do rzeczywistej – na rys. 1 odpowiada linii czerwonej:  $d_1 = d_z$  (indeks „z” ozn. zewnętrzny).
- 2) Wartość średnicy jako średnia arytmetyczna wartości długości średnicy zewnętrznej (linia czerwona) –  $d_z$  i wewnętrznej (linia niebieska) –  $d_w$ :  $d_2 = (d_z + d_w)/2$ .

B. Sposób bezpośredni: wyznacz wartość pola powierzchni koła  $S$  – z liczyć kratki dla obrysu linią pogrubioną –  $S_z$  i niepogrubioną –  $S_w$ , gdzie jednostka  $[S] = K (= k^2; 1 K = 0,25 \text{ cm}^2; \text{ozn. } [W] - \text{operacja przypisania jednostki dla wielkości fizycznej } W)$ .

- 1)  $S_1 = S_z$
- 2)  $S_2 = (S_z + S_w)/2$

**Uwaga:** W wielu przypadkach, gdy prowadzimy obliczenia na wartościach liczbowych nie jest wygodne dopisywanie jednostek do wartości liczbowych dla danych wielkości fizycznych i obliczanej. Jeśli jednostki są z tego samego układu jednostek wówczas obliczenia dogodnie jest realizować tylko na wartościach liczbowych. W tym przypadku jednak należy zaznaczyć, że dotyczy to wartości liczbowych co formalnie zapisujemy umieszczając wielkość fizyczną w nawiasie klamrowym –  $\{W\}$ , np.  $\{d_2\} = (31 + 29)/2 = 30$  z zaznaczeniem, że  $[d_2] = k$  lub po obliczeniu wartości liczbowej –  $\{d_2\} = 30$ , zapisujemy wartość wielkości fizycznej:  $d_2 = 30$  k. Więcej patrz na [www.dydfiz.univ.szczecin.pl](http://www.dydfiz.univ.szczecin.pl), zakładka prace – *Wymogi: Zapis wielkości fizycznych, Uwagi o zapisie wielkości fizycznych i pewnych nieprawidłowościach w tym zakresie.*

### Zadanie 2.

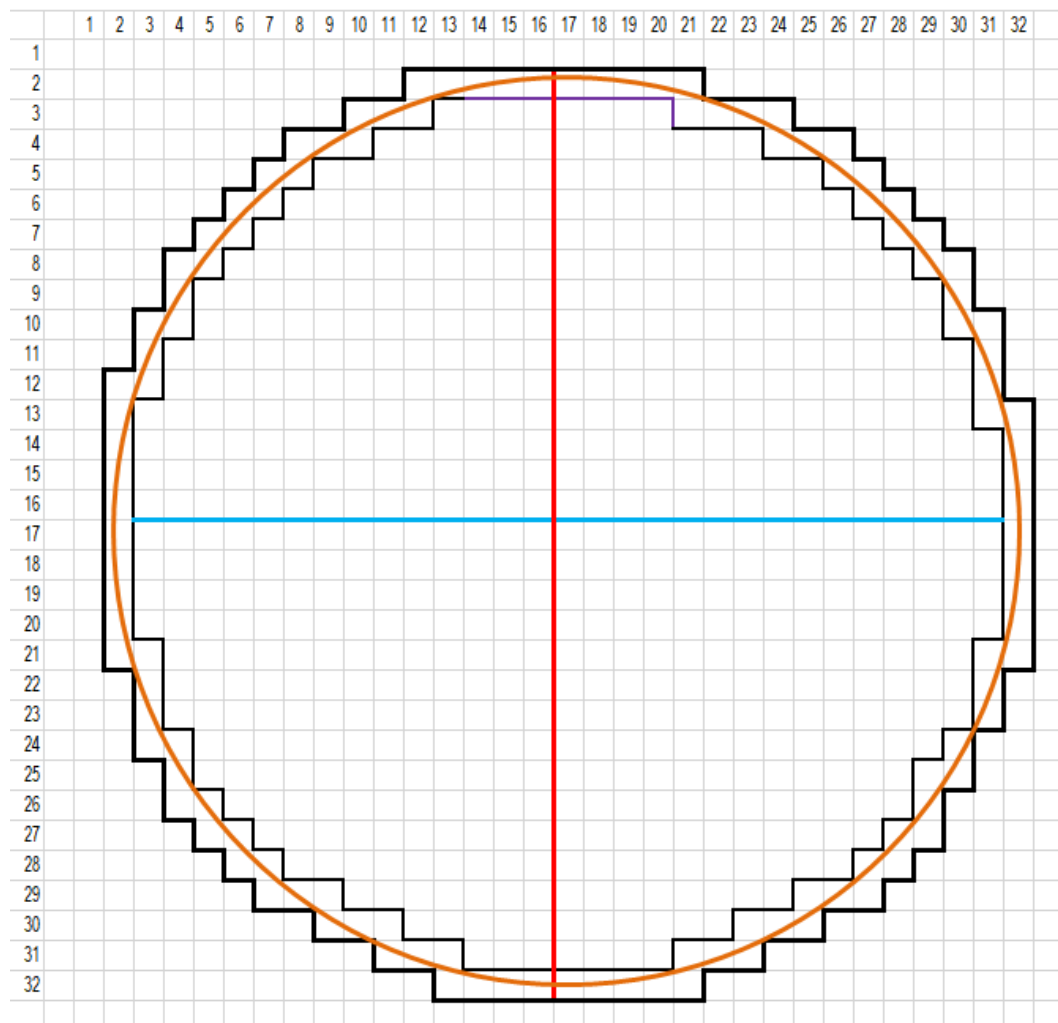
Dla wartości z zad. 1 oblicz niepewności pomiaru.

**Uwaga:** Należy zachować odpowiednią liczbę cyfr znaczących zarówno w zapisie końcowym jak i dla działań pośrednich. Na ogół przyjmujemy o jedną cyfrę znaczącą więcej (tzw. najmniej znacząca) niż dla końcowego zapisu w raporcie. Zapis wartości wielkości fizycznej – jej zaokrąglenia, jest ściśle związany z zapisem niepewności pomiaru. Liczba cyfr znaczących dla niepewności pomiaru wynosi 2, w pewnych przypadkach może wynosić 1. W przypadku gdy obliczenia wykonujemy w arkuszu kalkulacyjnym zaokrąglenia na ogół nie dokonujemy jednak zapis ma być zgodny z zapisem odręcznym i w raporcie końcowym, roboczo w arkuszy zaznaczamy widok liczby „Zwiększ lub zmniejsz dziesiętne” z odpowiadającą niepewności liczbą cyfr lub o jeden większą.

1. Dla niepewności granicznych oblicz niepewność standardową  $u(x) = \Delta x/\sqrt{3}$ .
2. Dla wielkości złożonych z **prawa propagacji niepewności** oblicz niepewność pomiaru  $u(y)$ 
  - a) Korzystając z metody elementarnej (MEI) – wzór numeryczny\*.
  - b) Korzystając ze wzoru dla funkcji w postaci jednomianu\*.
  - c) Porównaj wartości otrzymane w p. a) i b).
3. Oblicz niepewność pomiaru wartości średniej – p. 2) w zad. 1.

**Zadanie 3.**

Przedstaw wyniki w wartościach „kratka” i w układzie metrycznym (cm).

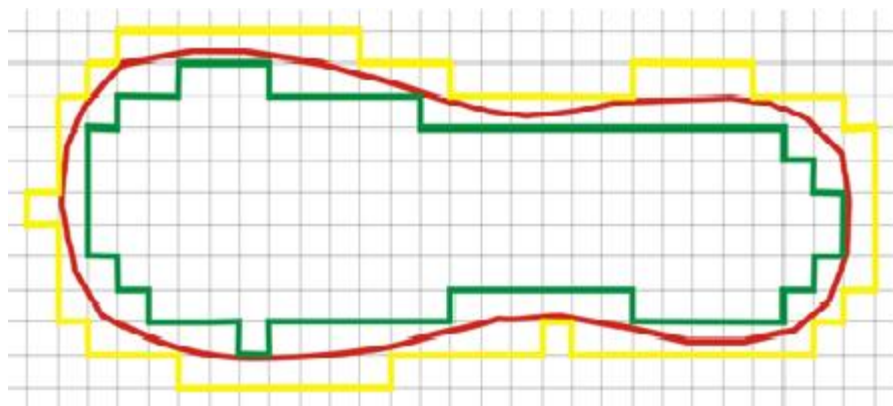


Rys. 1. Obrys koła (nie dotyka linii kratki). Linia czerwona (niebieska) – średnica koła o długości  $d_z = 31$  k większej ( $d_w = 29$  k mniejszej) od wartości rzeczywistej, gdzie k – jednostka długości boku kratki. Zaznaczono linią pogrubioną (niepogrubioną) obrys kratki dla których brzeg koła jest wewnątrz (na zewnątrz). Wartość pola powierzchni (liczba kratki) dla obrisu zewnętrznego kratki  $S_z = 781$  K a dla obrisu wewnętrznego kratki  $S_w = 665$  K, gdzie K – jednostka pola powierzchni kratki. Rys. wykonano w Excelu a zliczenie kratki za pomocą funkcji: LICZ.JEŻELI (obszar;"wpisany znak wewnątrz obszaru ograniczonego linią łamaną")

**Zadanie 4.**

- Na papierze w kratkę postaw swój but i odrysuj jego obrys. Analogicznie do poleceń z p. B zad. 1 – sposób bezpośredni, wyznacz wartość pola powierzchni  $S$  podeszwy obuwia.
- Oblicz ciśnienie pod tą podeszwą obuwia jeśli stoisz w bucie na jednej nodze.  
Z def.  $p = mg/S$ ,  $m$  – masa,  $g$  – przyspieszenia ziemskiego, należy uwzględnić odpowiednią liczbę cyfr znaczących zgodną z niepewnością  $S$ ;  $[p] = [mg]/[S] = \text{N/m}^2 = \text{Pa}$ .
- Oblicz niepewności pomiaru wartości występujących we wzorze  $p = mg/S$ . analogicznie do poleceń z zad. 2;  $u(p)$  obliczyć ze wzoru numerycznego i wzoru dla jednomianu\*.
- Przedstaw wyniki z niepewnościami pomiaru.
- Porównaj wartość obliczonego ciśnienia do ciśnienia atmosferycznego i ciśnienia wywiera-

nego przez kartkę standardowego papieru do drukarek. W tym celu należy obliczyć ciśnienie wywierane przez taką kartkę, wystarczy znać gramaturę papieru.



Rys. 2. Obrys podeszwy obuwia – linia brązowa, do wyznaczenia jego wartości pola powierzchni. Zaznaczono linią żółtą (zieloną) obris kratek dla których brzeg podeszwy obuwia jest wewnątrz (na zewnątrz).

### Zadanie 5.

Dla obrisów kształtów z rys. 1 i 2 wykonać obliczenia z zad. 1-4.

**Uwaga:** Zwrócić uwagę na zapisy wielkości fizycznych, wzorów w tym dokumencie.

Przedłożone do oceny zadania – w części w formie zapisu odręcznego, w części dotyczącej zapisów wielkości fizycznych i ich wartości, równań, obliczeń – w zapisie komputerowym. Przedkładane raporty (opracowania) z zadań, doświadczeń muszą być zgodne z wymogami zawartymi w: *Word – zalecenia: zapisy wielkości, tabeli, wykresów, rysunków* (plik doc), *Wymogi: Zapis wielkości fizycznych*, znajdują się na [www.dydfiz.univ.szczecin.pl](http://www.dydfiz.univ.szczecin.pl), zakładka prace.

### \*Prawo propagacji niepewności, niepewność standardowa wielkości złożonej

Metoda elementarna – wzór numeryczny

dla funkcji jednej zmiennej:  $u(y) = \frac{1}{2} |f(x+u(x)) - f(x-u(x))|$ ,

dla funkcji  $N$  zmiennych  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N)$ :

$$u_i(y) = \frac{1}{2} [f(x_1, \dots, x_i + u(x_i), \dots, x_N) - f(x_1, \dots, x_i - u(x_i), \dots, x_N)]$$

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N (u_i(y))^2}.$$

W przypadku gdy funkcja  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  jest w postaci jednomianu:

$$y = c x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n}, \quad u(y)/|y| = \sqrt{\sum_{i=1}^n \alpha_i u(x_i)/|x_i|} - \text{złożona niepewność względna.}$$